Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Études mathématiques
Niveau moyen
Épreuve 1

Mardi 12 mai 2015 (matin)

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N’ouvrez pas cette épreuve avant d’y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours d’études mathématiques NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les espaces prévus à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l’intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d’examen est de **[90 points]**.

2215 – 7407

19 pages

© International Baccalaureate Organization 2015

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Veuillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne seront pas corrigées.

Le total des points sera attribué pour une réponse correcte. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse.

1. La distance d entre un point $\mathrm{P}(x\,;y)$ et le point $\mathrm{A}(1\,;-2)$ est donnée par $d=\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}$.

(a) Trouvez la distance entre $\mathrm{P}(100\,;200)$ et A. Donnez votre réponse correcte à deux chiffres après la virgule près. [3]

(b) Écrivez votre réponse de la **partie (a)** correcte à trois chiffres après la virgule près. [1]

(c) Écrivez votre réponse de la **partie (b)** sous la forme $a\times 10^k$, où $1\le a<10$ et $k\in\mathbb{Z}$. [2]

Résolution :

Réponses :

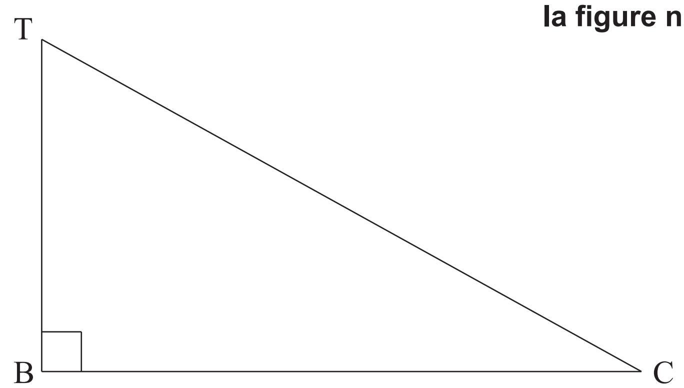
(a) . . . .

(b) . . . .

(c) . . . .

2. Fabián se tient debout sur le toit d'un édifice, T, qui se trouve sur une rue horizontale. Il observe une voiture, C, sur la rue, à un angle de dépression de 30°. La base de l'édifice se trouve en B. La hauteur de l'édifice est de 80 mètres.

Le diagramme suivant indique les positions de T, B et C.



(a) Montrez, à l'endroit approprié sur le diagramme, **les valeurs** de

(i) la hauteur de l'édifice ;

(ii) l'angle de dépression. [2]

(b) Trouvez la distance, BC, entre la base de l'édifice et la voiture. [2]

(c) Fabián estime que la distance entre la base de l'édifice et la voiture est de 150 mètres. Calculez le pourcentage d'erreur dans l'estimation de Fabián. [2]

Résolution :

Réponses :

(b) . . . .

(c) . . . .

3. L'équation de la droite L_1 est $2x + y = 10$.

(a) Écrivez

(i) la pente de L_1 ;

(ii) l'ordonnée à l'origine de L_1. [2]

La droite L_2 est parallèle à L_1 et passe par le point $\mathrm{P}(0\,;\,3)$.

(b) Écrivez l'équation de L_2. [2]

(c) Trouvez l'abscisse du point où L_2 coupe l'axe des abscisses. [2]

Résolution :

Réponses :

(a) (i) . . . .

(ii) . . . .

(b) . . . .

(c) . . . .

4. On a demandé à deux groupes de 40 élèves le nombre de livres lus au cours des deux derniers mois. Les résultats du **premier groupe** sont indiqués dans le tableau suivant.

Nombre de livres lus	**Effectifs**
2	5
3	8
4	13
5	7
6	4
7	2
8	1

Les quartiles pour ces résultats sont 3 et 5.

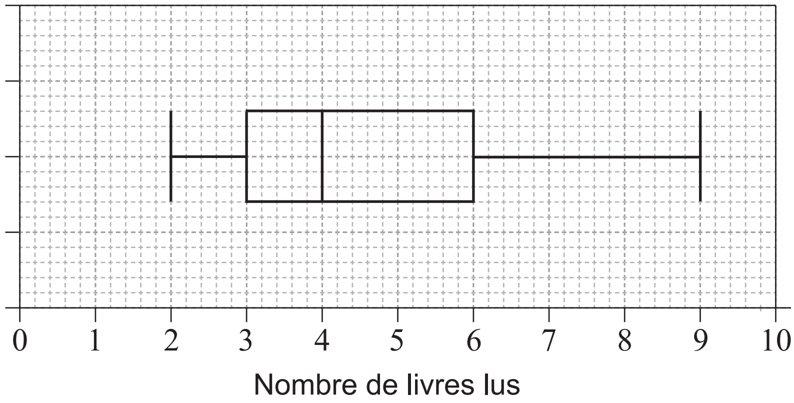
(a) Écrivez la valeur de la médiane pour ces résultats. [1]

(b) Dessinez un diagramme en boîte à moustaches pour ces résultats sur le quadrillage suivant. [3]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 4)

Les résultats du **deuxième groupe** de 40 élèves sont indiqués dans le diagramme en boîte à moustaches suivant.



(c) Estimez le nombre d'élèves **dans le deuxième groupe** qui ont lu au moins 6 livres. [2]

Résolution :

Réponses :

(a) . . . .

(c) . . . .

5. Considérez les énoncés r, p et q.

(a) Complétez la table de vérité suivante. [4]

r	p	q	$r \wedge p$	$\neg q$	$(r \wedge p) \vee \neg q$	$\neg\big((r \wedge p) \vee \neg q\big)$	$\neg(r \wedge p)$	$\neg(r \wedge p) \wedge q$
V	V	V		F			F	
V	V	F		V			F	
V	F	V		F			V	
V	F	F		V			V	
F	V	V		F			V	
F	V	F		V			V	
F	F	V		F			V	
F	F	F		V			V	

(b) Déterminez si l'énoncé composé $\neg\big((r \wedge p) \vee \neg q\big) \Leftrightarrow \neg(r \wedge p) \wedge q$ est une tautologie, une contradiction ou ni l'une ni l'autre.

Donnez une raison. [2]

Résolution :

Réponses :

(b) . . . .

. . . .

. . . .

6. Considérez les diagrammes de Venn suivants. Chaque diagramme est grisé différemment.

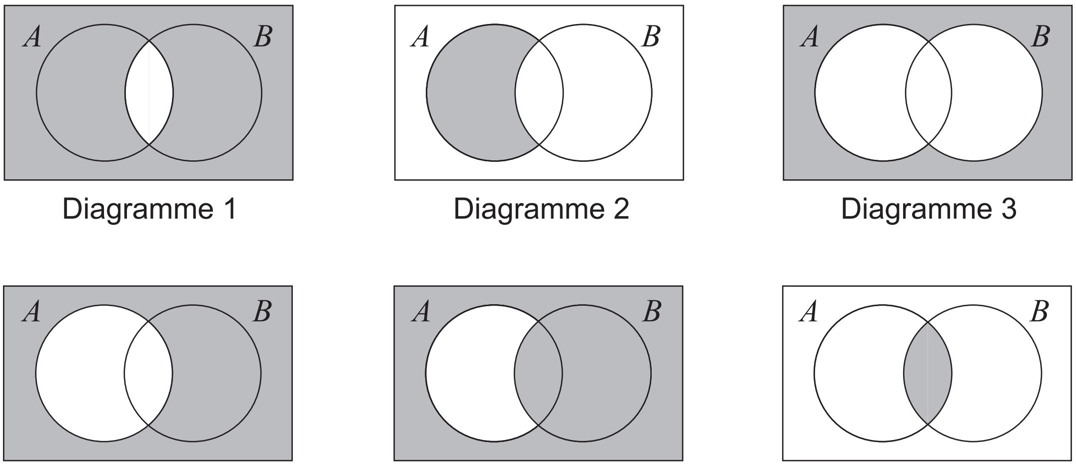


Diagramme 1 Diagramme 2 Diagramme 3

Diagramme 4 Diagramme 5 Diagramme 6

Dans le tableau suivant, il y a six ensembles. Chacun de ces ensembles correspond à la région grisée de l'un des diagrammes de Venn. Dans l'espace approprié, écrivez le numéro du diagramme qui correspond à l'ensemble donné.

Ensemble	**Diagramme**
$(A \cup B)'$	. . . .
$A' \cup B'$	. . . .
$A \cap B'$	. . . .
$A \cap B$	. . . .
$A' \cup B$	. . . .
A'	. . . .

[6]

7. Le producteur d'une émission de danse télévisée a demandé à un groupe de 150 téléspectateurs leur âge et le type de danse latine qu'ils préféraient. Les types de danses latines dans l'émission étaient le tango argentin, la samba, la rumba et le cha-cha-cha. Les données obtenues ont été compilées dans le tableau suivant.

	Danse			
	Tango argentin	**Samba**	**Rumba**	**Cha-cha-cha**
20 ans et moins	35	23	12	10
Plus de 20 ans	20	17	18	15

Un test du χ^2 a été effectué, au seuil de signification de 5%.

(a) Écrivez l'hypothèse nulle pour ce test. [1]

(b) Écrivez le nombre observé de téléspectateurs qui préféraient la rumba **et** qui étaient âgés de plus de 20 ans. [1]

(c) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver la valeur p pour ce test. [2]

Le producteur affirme que le type de danse latine préféré par un téléspectateur est indépendant de son âge.

(d) Décidez si cette affirmation est justifiée. Donnez une raison pour expliquer votre décision. [2]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 7)

Résolution :

Réponses :

(a) . . . .

. . . .

(b) . . . .

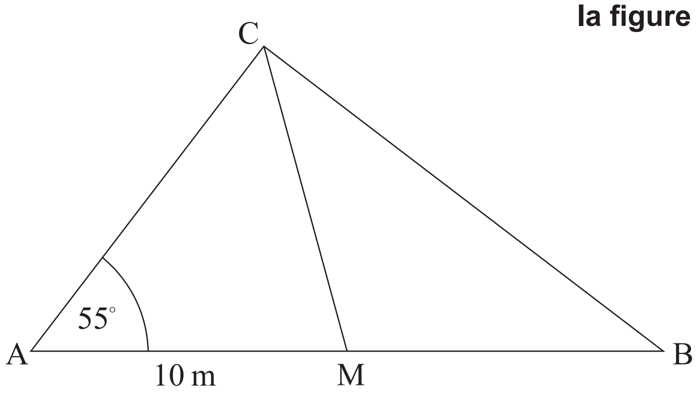
(c) . . . .

(d) . . . .

. . . .

8. Le diagramme montre un triangle ABC. La mesure de l'angle $C\hat{A}B$ est de 55° et la longueur de AM est de $10\,\text{m}$, où M est le milieu de AB. Le triangle CMB est isocèle avec $CM = MB$.

la figure n'est pas à l'échelle



(a) Écrivez la longueur de MB. [1]

(b) Trouvez la mesure de l'angle $C\hat{M}B$. [2]

(c) Trouvez la longueur de CB. [3]

Résolution :

Réponses :

(a) . . . .

(b) . . . .

(c) . . . .

9. Seulement l'une des quatre suites suivantes est arithmétique et seulement l'une d'entre elles est géométrique.

$$a_n = 1\,;\,2\,;\,3\,;\,5\,;\,\dots$$
$$b_n = 1;\frac{3}{2};\frac{9}{4};\frac{27}{8};\dots$$
$$c_n = 1;\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4};\dots$$
$$d_n = 1\,;\,0{,}95\,;\,0{,}90\,;\,0{,}85\,;\,\dots$$

(a) Indiquez quelle suite est

(i) arithmétique ;

(ii) géométrique. [2]

(b) Pour **une autre** suite géométrique $e_n = -6; -3; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \dots$

(i) écrivez la raison ; [1]

(ii) trouvez la valeur **exacte** du dixième terme. Donnez votre réponse sous forme de fraction. [3]

Résolution :

Réponses :

(a) (i) . . . .

(ii) . . . .

(b) (i) . . . .

(ii) . . . .

10. Minta dépose 1000 euros dans un compte bancaire. La banque paie un taux d'intérêt nominal annuel de 5%, **composé trimestriellement**.

(a) Trouvez le montant d'argent que Minta aura dans son compte après 3 ans. Donnez votre réponse correcte à deux chiffres après la virgule près. [3]

Minta retirera l'argent de son compte bancaire lorsque l'intérêt accumulé sera de 300 euros.

(b) Trouvez le temps, en années, jusqu'à ce que Minta retire l'argent de son compte bancaire. [3]

Résolution :

Réponses :

(a) . . . .

(b) . . . .

11. Considérez les énoncés

p : x est un multiple de 12
q : x est un multiple de 6.

(a) Écrivez en mots $\neg p$. [1]

(b) Écrivez sous forme symbolique l'énoncé composé

r : Si x est un multiple de 12, alors x est un multiple de 6. [2]

Considérez l'énoncé composé

s : Si x est un multiple de 6, alors x est un multiple de 12.

(c) Identifiez si s est l'inverse, la réciproque ou la contraposée de r. [1]

(d) Déterminez la validité de s. Justifiez votre décision. [2]

Résolution :

Réponses :

(a) . . . .

. . . .

(b) . . . .

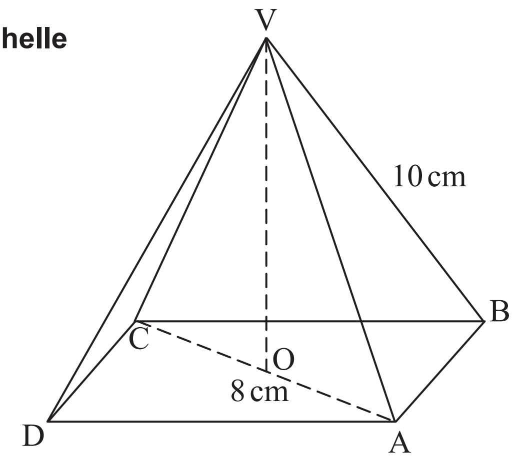
(c) . . . .

(d) . . . .

. . . .

12. Dans le diagramme suivant, ABCD est la base carrée d’une pyramide droite de sommet V. Le centre de la base est O. La diagonale de la base, AC, mesure $8\,\mathrm{cm}$ de longueur. Les arêtes inclinées mesurent $10\,\mathrm{cm}$ de longueur.

la figure n’est pas à l’échelle



(a) Écrivez la longueur de AO. [1]

(b) Trouvez la mesure de l’angle que l’arête inclinée VA fait avec la base de la pyramide. [2]

(c) À partir de là ou par toute autre méthode, trouvez l’aire du triangle CAV. [3]

Résolution :

Réponses :

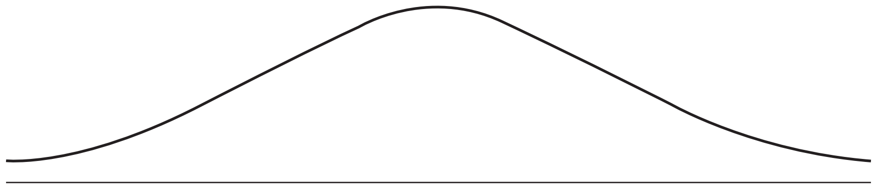
(a) . . . .

(b) . . . .

(c) . . . .

13. Une usine fabrique des barres de métal. On suppose que leurs longueurs sont normalement distribuées avec une moyenne de $180\,\text{cm}$ et un écart type de $5\,\text{cm}$.

(a) Sur le diagramme suivant, hachurez la région qui représente la probabilité qu'une barre de métal, choisie au hasard, ait une longueur inférieure à $175\,\text{cm}$. [2]



Longueur de la barre de métal

Une barre de métal est choisie au hasard.

(b) (i) La probabilité que la longueur de la barre de métal soit inférieure à $175\,\text{cm}$ est égale à la probabilité que sa longueur soit supérieure à $h\,\text{cm}$. Écrivez la valeur de h.

(ii) Trouvez la probabilité que la longueur de la barre de métal soit supérieure à un écart type au-dessus de la moyenne. [4]

Résolution :

Réponses :

(b) (i) . . . .

(ii) . . . .

14. Le nombre de poissons, N, dans un étang diminue selon le modèle

$$N(t) = ab^{-t} + 40\,,\ t \geq 0$$

où a et b sont des constantes positives et t est le temps, en mois, depuis que le nombre de poissons dans l'étang a été dénombré pour la première fois.

Au début, 840 poissons ont été dénombrés.

(a) Trouvez la valeur de a. [2]

Après 4 mois, 90 poissons ont été dénombrés.

(b) Trouvez la valeur de b. [3]

Le nombre de poissons dans l'étang ne passera **pas** en-dessous de p.

(c) Écrivez la valeur de p. [1]

Résolution :

Réponses :

(a) . . . .

(b) . . . .

(c) . . . .

15. Une compagnie de construction possède de nombreux terrains rectangulaires, de différentes largeurs, le long d'une route. L'aire, A , de chaque terrain est donnée par la fonction

$$A(x) = x(200 - x)$$

où x représente la **largeur** du terrain en mètres et $20 \leq x \leq 180$.

(a) Le terrain S a une largeur de $20\,\mathrm{m}$. Écrivez l'aire de S. [1]

(b) Le terrain T a la même aire que le terrain S, mais une largeur différente. Trouvez la largeur de T. [2]

Lorsque la largeur du terrain est de b mètres, le terrain possède une aire maximale.

(c) (i) Écrivez la valeur de b.

(ii) Écrivez l'aire maximale. [2]

L'image de $A(x)$ est $m \leq A(x) \leq n$.

(d) À partir de là, écrivez les valeurs de m et de n. [1]

Résolution :

Réponses :

(a) . . . .

(b) . . . .

(c) (i) . . . .

(ii) . . . .

(d) . . . .

Veuillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.